

Name : .....

Roll No. : .....

## नवीन पाठ्यक्रम / New Syllabus

कुल प्रश्नों की संख्या : 29 ]  
Total No. of Questions : 29 ]

[ कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 11  
[ Total No. of Printed Pages : 11

O-212204/804-A

विषय : गणित

Subject : Mathematics

समय : 3 घण्टे ]  
Time : 3 hours ]

[ पूर्णांक : 100  
[ Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।  
(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

General Instructions : (i) All questions are compulsory.  
(ii) Use of calculator is not permitted.

NM-45A+ (Graph)

P.T.O.

**निर्देश** : (अ) प्रश्न क्रमांक 1 से 4 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।

**Instruction** : (A) Question Nos. 1 to 4 are very short answer type questions. Each question carries 1 mark.

**प्रश्न-1** सिद्ध कीजिए कि सदिशों  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $-\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  परस्पर लंबवत् हैं।

Show that the vectors  $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  and  $-\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$  are perpendicular to each other.

**प्रश्न-2** यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 8 \end{bmatrix}$  हो, तो दिखाइए कि  $(A')' = A$ .

If matrix  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 0 & 5 & 8 \end{bmatrix}$ , then show that  $(A')' = A$ .

**प्रश्न-3**  $\int \sin^{-1}(\cos x) dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate  $\int \sin^{-1}(\cos x) dx$ .

**प्रश्न-4** अवकल समीकरण की कोटि तथा घात ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \left[ y + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{4}}$$

Find the order and degree of differential equation :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \left[ y + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{4}}$$

**निर्देश** : (ब) प्रश्न क्रमांक 5 से 12 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

**Instruction** : (B) Question Nos. 5 to 12 are short answer type questions. Each question carries 2 marks.

**प्रश्न-5** सिद्ध कीजिए

$$\tan^{-1} 7 - \tan^{-1} 5 = \tan^{-1} \frac{1}{18} \quad [2]$$

Prove that

$$\tan^{-1} 7 - \tan^{-1} 5 = \tan^{-1} \frac{1}{18}$$

**प्रश्न-6** यदि  $y = e^{x^3}$  हो, तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। [2]

If  $y = e^{x^3}$ , then find the value of  $\frac{dy}{dx}$ .

**प्रश्न-7** यदि  $\begin{vmatrix} 3x & 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$  हो, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए। [2]

If  $\begin{vmatrix} 3x & 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$ , then find the value of  $x$ .

**प्रश्न-8** यदि  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  तथा  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  हों, तो  $P\left(\frac{A}{B}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए। [2]

If  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$  and  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ , then evaluate  $P\left(\frac{A}{B}\right)$ .

प्रश्न-9 यदि एक रेखा के दिक् अनुपात  $(2, -1, -2)$  हैं, तो इसकी दिक् कोज्याएँ ज्ञात कीजिए।

If a line has direction ratio  $(2, -1, -2)$ , then determine its direction cosines.

प्रश्न-10 मान ज्ञात कीजिए

$$\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$$

Find the value of

$$\int \frac{\sin(\log x)}{x} dx$$

प्रश्न-11  $x = 3$  पर फलन  $f(x) = 2x^2 - 1$  के संतत की जाँच कीजिए।

Check the continuity of the function  $f(x) = 2x^2 - 1$  at  $x = 3$ .

प्रश्न-12 अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$$

**निर्देश** : (स) प्रश्न क्रमांक 13 से 23 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रश्न क्रमांक 15, 18 एवं 21 में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

**Instruction** : (C) Question Nos. 13 to 23 are long answer type questions. Question Nos. 15, 18 and 22 have internal choice. Each question carries 4 marks.

**प्रश्न-13** सिद्ध कीजिए

$$\begin{vmatrix} x & x+y & x+2y \\ x+2y & x & x+y \\ x+y & x+2y & x \end{vmatrix} = 9y^2(x+y) \quad [4]$$

Prove that

$$\begin{vmatrix} x & x+y & x+2y \\ x+2y & x & x+y \\ x+y & x+2y & x \end{vmatrix} = 9y^2(x+y)$$

**प्रश्न-14** यदि  $x = a(\cos t + t \sin t)$  और  $y = a(\sin t - t \cos t)$ , तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए। [4]

If  $x = a(\cos t + t \sin t)$  and  $y = a(\sin t - t \cos t)$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

**प्रश्न-15** सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में  $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है}\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है। [4]

Prove that the relation  $R$  in set of integers  $Z$  given by  $R = \{(a, b) : (a - b) \text{ is divisible by number } 2\}$  is an equivalence relation.

[ 6 ]

अथवा

OR

यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित है, तो  $g \circ f$  तथा  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए  $g \circ f \neq f \circ g$ .

Find  $g \circ f$  and  $f \circ g$  if  $f: R \rightarrow R$  and  $g: R \rightarrow R$  are given by  $f(x) = \cos x$  and  $g(x) = 3x^2$ . Show that  $g \circ f \neq f \circ g$ .

प्रश्न-16 अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

[4]

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx \quad (x \neq 0)$$

Find the general solution of the differential equation :

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx \quad (x \neq 0)$$

प्रश्न-17 सदिशों  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{b} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$  प्रत्येक पर लंब मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

[4]

Find unit vector normal to the vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$ .

प्रश्न-18 एक घन का आयतन 9 सेमी.<sup>3</sup>/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। यदि इसके कोर की लम्बाई 10 सेमी. है, तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ?

The volume of a cube is increasing at a rate of 9 cm<sup>3</sup>/sec. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 10 cm?

NM-45A+

अंतराल  $[1, 5]$  में  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$  द्वारा प्रदत्त फलन के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष निम्नतम मानों को ज्ञात कीजिए।

Find the absolute maximum and absolute minimum values of a function given by  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$  on the interval  $[1, 5]$ .

प्रश्न-19 मान ज्ञात कीजिए :

[4]

$$\int e^x \left( \tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$$

Evaluate :

$$\int e^x \left( \tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$$

प्रश्न-20 यदि  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  मात्रक सदिश इस प्रकार है कि  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ , तो

$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  का मान ज्ञात कीजिए।

[4]

If  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  are unit vectors such that  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ , then find the

value of  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ .

P.T.O.

प्रश्न-21 दो थैले  $A$  और  $B$  दिए हैं। थैले  $A$  में 3 लाल और 4 काली गेंदें हैं जबकि थैले  $B$  में 5 लाल और 6 काली गेंदें हैं। किसी एक थैले से यदृच्छया एक गेंद निकाली गई है, जो कि लाल रंग की है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि यह गेंद थैले  $B$  से निकाली गई है ?

[4]

Two bags  $A$  and  $B$  are given. Bag  $A$  contains 3 red and 4 black balls while another bag  $B$  contains 5 red and 6 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag  $B$ .

प्रश्न-22 सिद्ध कीजिए

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

[4]

Prove that

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

अथवा

OR

यदि  $\tan^{-1} \frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$  हो, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $x$  if  $\tan^{-1} \frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$ .

प्रश्न-23 यदि  $A$  तथा  $B$  दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो  $A$  या  $B$  में से न्यूनतम एक के होने की प्रायिकता  $= 1 - P(A') P(B')$ । सिद्ध कीजिए।

If  $A$  and  $B$  are two independent events, then the probability of occurrence of at least one of  $A$  and  $B$  is equal to  $1 - P(A') P(B')$ . Prove.



**निर्देश** : (द) प्रश्न क्रमांक 24 से 29 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रश्न क्रमांक 27 एवं 29 में आंतरिक विकल्प का प्रावधान है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

**Instruction** : (D) Question Nos. 24 to 29 are long answer type questions. Question Nos. 27 and 29 have internal choice. Each question carries 6 marks.

**प्रश्न-24** आलेखीय विधि द्वारा रेखीय प्रोगामन समस्या को हल कीजिए निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x + 2y \geq 10, 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$$

$Z = 200x + 500y$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

[6]

Solve the linear programming problem graphically subject to the constraints

$$x + 2y \geq 10, 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$$

Find the minimum value of  $Z = 200x + 500y$ .

**प्रश्न-25** आव्यूह विधि से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

[6]

$$x + y + z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

$$x - 2y + 3z = 2$$

Solve the following system of equations by matrix method :

$$x + y + z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

$$x - 2y + 3z = 2$$

**प्रश्न-26**  $\int_0^{\pi/2} \log(\sin x) dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

[6]

Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \log(\sin x) dx$ .

P.T.O.

प्रश्न-27 रेखाओं  $\vec{r} = (i + 2j + k) + \lambda(i - j + k)$  और

$$\vec{r} = (2i - j - k) + \mu(2i + j + 2k)$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

[6]

Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = (i + 2j + k) + \lambda(i - j + k) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2i - j - k) + \mu(2i + j + 2k)$$

अथवा

OR

उस समतल का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु  $(5, 2, -4)$  से जाता है और  $(2, 3, -1)$  दिक् अनुपात वाली रेखा पर लंब है।

Find the vector and Cartesian equation of the plane which passes through the point  $(5, 2, -4)$  and perpendicular to the line with direction ratio  $(2, 3, -1)$ .

प्रश्न-28 यदि  $y = (\tan^{-1}x)^2$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$ . [6]

If  $y = (\tan^{-1}x)^2$ , prove that  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$ .

प्रश्न-29 प्रथम चतुर्थांश में वृत्त  $x^2 + y^2 = 4$  एवं रेखाओं  $x = 0, x = 2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [6]

Find the area lying in the first quadrant and bounded by the circle

$x^2 + y^2 = 4$  and the lines  $x = 0, x = 2$ .

अथवा

OR

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

.....

downloaded from  
StudentSuvidha.com